Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Донецкий государственный университет»

Факультет математики и информационных технологий
Кафедра прикладной механики и компьютерных технологий

УТВЕРЖДАЮ
проректор
_____ П.А. Машаров
«29» марта 2024 г.
МП

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Укрупненная группа направлений подготовки	09.00.00 Информатика и вычислительная техника
Программа высшего образования	Программа бакалавриата
Направление подготовки	09.03.04 Программная инженерия
Профиль подготовки	Программная инженерия
Квалификация	Бакалавр
Форма обучения	Очная

Рабочая программа адаптирована для лиц
с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Донецк 2024

Рабочая программа дисциплины **«Методы математического моделирования»** для обучающихся по направлению подготовки 09.03.04 Программная инженерия (Профиль: Программная инженерия), составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – бакалавриат по направлению подготовки 09.03.04 Программная инженерия, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 19 сентября 2017 г. № 920 (с изм. и доп.), Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 06 апреля 2021 г. № 245 (с изм. и доп.), в соответствии с учебным планом, утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «ДонГУ» для набора 2024 года.

Разработчик:
доцент кафедры прикладной механики и компьютерных технологий,
канд. физ.-мат. наук, доцент — Н.С. Бондаренко

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры прикладной механики и компьютерных технологий.
Протокол от 26.03.2024 г. № 14

Заведующий кафедрой — А.С. Гольцев

СОГЛАСОВАНО:

Декан факультета математики и информационных технологий
28.03.2024 г. — И.А. Моисеенко

Учебно-методическая комиссия факультета математики и информационных технологий.
Протокол от 27.03.2024 г. № 3.
Председатель — Л. И. Селякова

Руководитель основной профессиональной образовательной программы,
д-р физ.-мат. наук, проф.
26.03.2024 г. — А.С. Гольцев

1. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

1.1. Требования к предварительной подготовке обучающихся, предшествующие и сопутствующие дисциплины, на которых основывается изучение данной:

базовая подготовка по математике в объёме программы средней школы;

дисциплины программы бакалавриата: Математический анализ.

1.2. Дисциплины, курсовые работы и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

Математическое моделирование физических процессов.

2. ОПИСАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2.1. Общая характеристика

Наименование показателя	Значение показателя
Название образовательной программы	09.03.04 Программная инженерия (Профиль: Программная инженерия)
Шифр и название в соответствии с учебным планом	Б1.В.ОД.8 Методы математического моделирования
Часть образовательной программы	Вариативная часть: выбор вуза
Количество зачетных единиц / всего часов	4 / 144

2.2. Распределение часов по периодам обучения

Форма обучения	курс	семестр	Общее количество часов					
			лекционных	лабораторных	практических	самостоятельной работы	всего	Форма контроля
Очная	2	4	34	34	–	76	144	экзамен

3. ЦЕЛИ ДИСЦИПЛИНЫ

формирование знаний о современных технологиях построения и исследования математических моделей различных сложных систем.

4. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ КОМПОНЕНТА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ, ИХ ИНДИКАТОРЫ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

4.1. Компетенции

Компетенции	Индикаторы	Результаты обучения
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в	ОПК-1.5. Имеет навыки теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности	ОПК-1.5.1. Знает основы математики, физики, вычислительной техники и программирования

профессиональной деятельности		ОПК-1.5.2. Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования

5. ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Название темы	Краткое содержание темы (вопросы темы)
Содержательный модуль 1. Введение в математическое моделирование	
Тема 1. Цель моделирования. Построение содержательной модели	Понятие модели и моделирования. Формулировка задачи и конкретизация цели исследования. Анализ исследуемой системы и её декомпозиция. Построение содержательной модели. Иерархия содержательных моделей
Тема 2. Математические модели, их классификация	Классификация моделей. Математические модели. Основные понятия дифференциальных уравнений. Этапы математического моделирования
Тема 3. Моделирование некоторых физических и биологических процессов	Разрушение биологических клеток. Закон распада радиоактивных веществ. Уравнения с разделяющимися переменными. Постановка задачи Коши. Построение графика решения задачи Коши в пакете Maple. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными
Тема 4. Непрерывные экономические модели	Динамическая модель Кейнса. Уравнение Самуэльсона. Методы интегрирования линейных уравнений первого порядка. Уравнения Бернулли. Уравнения Риккати
Тема 5. Геометрические модели	Однородные уравнения и приводящиеся к ним. Уравнения, неразрешённые относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель
Тема 6. Математические модели механических систем и процессов	Колебание маятника в поле силы тяжести. Колебание колец Сатурна. Дифференциальные уравнения высших порядков
Содержательный модуль 2. Линейные и нелинейные математические модели	
Тема 7. Линейные модели	Понятие линейной модели. Линейные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Линейные однородные и неоднородные уравнения. Задача Коши. Линейные уравнения высших порядков с переменными коэффициентами. Формула Остроградского – Лиувилля. Уравнения Эйлера
Тема 8. Краевые задачи в моделировании	Постановка краевой задачи. Пример решения граничной задачи
Тема 9. Примеры использования линейных моделей в экономике	Модель изменения зарплаты и занятости. Линейные однородные системы. Линейные неоднородные системы
Тема 10. Нелинейные модели. Процедура линеаризации	Автономные системы на плоскости. Линеаризация системы. Классификация неподвижных точек. Теорема о линеаризации. Устойчивость особых точек. Динамика популяций

6. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Форма обучения – очная, курс – 2, семестр – 4

Наименования разделов и тем	Количество часов				
	Лекц.	Лабор.	Практ.	СРС	Всего
Содержательный модуль 1. Введение в математическое моделирование					
Тема 1. Цель моделирования. Построение содержательной модели	2	2	–	8	12
Тема 2. Математические модели, их классификация	2	2	–	8	12
Тема 3. Моделирование некоторых физических и биологических процессов	2	2	–	8	12
Тема 4. Непрерывные экономические модели	4	4	–	4	12
Тема 5. Геометрические модели	4	4	–	8	16
Тема 6. Математические модели механических систем и процессов	4	4	–	8	16
Итого по содержательному модулю 1	**18**	**18**	**–**	**44**	**80**
Содержательный модуль 2. Линейные и нелинейные математические модели					
Тема 7. Линейные модели	4	4	–	8	16
Тема 8. Краевые задачи в моделировании	4	4	–	8	16
Тема 9. Примеры использования линейных моделей в экономике	4	4	–	10	18
Тема 10. Нелинейные модели. Процедура линеаризации	4	4	–	6	14
Итого по содержательному модулю 2	**16**	**16**	**–**	**32**	**64**
ИТОГО ПО КОМПОНЕНТУ ОПОП	**34**	**34**	**–**	**76**	**144**

7. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ (СРЕДСТВА) ДЛЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

7.1. Контрольные вопросы

Содержательный модуль 1. Введение в математическое моделирование

1. Понятие модели и моделирования. Требования, предъявляемые к моделям.
2. Классификация моделей.
3. Понятие математической модели. Способы классификации математических моделей.
4. Этапы математического моделирования.
5. Определение обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ) первого порядка, его общего решения и общего интеграла.
6. ОДУ с разделяющимися переменными: определение, метод решения, постановка задачи Коши. Решение уравнений вида $y' = f\left(ax + by\right)$.
7. Модели, описываемые ОДУ с разделяющимися переменными (разрушение биологических клеток, закон распада радиоактивных веществ).
8. Решение ОДУ средствами Maple. Способы построения графика решения задачи Коши в среде пакета Maple.

Содержательный модуль 2. Линейные и нелинейные математические модели

1. Непрерывные экономические модели (динамическая модель Кейнса, уравнение Самуэльсона).
2. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка: определение, методы решения.
3. Уравнения Бернулли: общий вид, способы решения.
4. Однородные дифференциальные уравнения и уравнения, приводящиеся к ним.
5. Методы решения дифференциальных уравнений первого порядка, неразрешённых относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.
6. Уравнения в полных дифференциалах: общий вид, метод решения.
7. Модель колебания маятника в поле силы тяжести.
8. ОДУ высшего порядка: общий вид, частные случаи, допускающие понижение порядка.
9. Линейные однородные уравнения n-го порядка: определение, структура общего решения, способ решения.
10. Линейные неоднородные уравнения n-го порядка: определение, структура общего решения, постановка задачи Коши.
11. Методы решения линейных неоднородных уравнений n-го порядка.
12. Формула Остроградского – Лиувилля для линейного уравнения второго порядка.
13. Уравнения Эйлера n-го порядка: общий вид, методы решения.
14. Краевая задача для линейных уравнений второго порядка: постановка, примеры использования в динамике стержней.
15. Модель изменения зарплаты и занятости.
16. Линейные однородные системы: определение, решение методом Эйлера.
17. Линейные неоднородные системы: общий вид, решение методом вариации постоянных.
18. Основные понятия автономных систем на плоскости.
19. Неподвижные (особые) точки автономных систем. Линеаризация систем в особых точках.
20. Классификация неподвижных точек автономных систем в зависимости от корней характеристического уравнения матрицы системы.
21. Теорема о линеаризации.
22. Устойчивость особых точек.
23. Модель двух конкурирующих видов.

7.2. Темы докладов (рефератов)

1. Вариационные принципы построения математических моделей.
2. Проверка адекватности математических моделей.
3. Модели динамических систем.
4. Методы и модели оценки финансового состояния предприятия.
5. Информационные системы и модели оценки инвестиционной деятельности предприятия.
6. Информационные системы и модели прогнозирования.
7. Применение методов оптимизации для планирования деятельности предприятия.
8. Применение экспертных систем для решения задач оценки и прогнозирования показателей деятельности предприятия.
9. Методы построения математических моделей в экономике, социальных науках и технике.
10. Методы имитационного моделирования.

7.3. Темы письменных работ (типы задач)

Решите задачу

$$\dot{x} = \frac{t-(1+t)\ln(1+t)}{t^2(1+t)}x, \quad t>0, \quad \lim_{t\to+0} x(t) = \varepsilon.$$

Можно ли найти общее решение уравнения Риккати $y' = a(x)y + b(x)y^2 + c(x)$, если известны три его различных частных решения y_1, y_2, y_3?

Есть предположение, что *переживаемое* человеком время t вблизи настоящего момента воспринимается им не как абсолютное, а как его отношение ко всему времени $x(t)$, *прожитому* этим человеком к настоящему моменту. Исходя из этого предположения, составьте дифференциальное уравнение для функции $x(t)$ и решите его.

1. Пусть $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3 < \ldots$ – произвольная неограниченная последовательность чисел. Может ли она быть последовательностью нулей некоторого решения какого-либо уравнения $\ddot{x} + a(t)x = 0$, где $a(t)$ – гладкая функция?

2. Докажите, что если уравнение $\ddot{y} + a(t)y = 0$, $t \geq 0$ с непрерывным коэффициентом $a(t)$ имеет решение, стремящееся к постоянной на бесконечности, то любое его нетривиальное решение эквивалентно $kx + b$ при $t \to +\infty$, $k^2 + b^2 \neq 0$.

3. Докажите, что каждое решение уравнения $y'' + e^x y = 0$ ограничено при $x \to \infty$.

7.4. Образец содержания экзаменационного билета (при наличии экзамена по дисциплине)

ФГБОУ ВО «ДОНЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет математики и информационных технологий

ОУ – Бакалавр
Направление подготовки – 09.03.04 «Программная инженерия»
Семестр 4
Учебная дисциплина «Методы математического моделирования»

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Понятие математической модели и её свойства. Требования, предъявляемые к математическим моделям.
2. Решить уравнение Кейнса

$$Y'(t) = \frac{1-a}{m}Y(t) - \frac{b+E}{m},$$

где $Y(t)$ – национальный доход; t – время; a – коэффициент склонности к потреблению $(0 < a < 1)$; m – норма акселерации; b – характеристика функционирования государства; E – государственные расходы.

Утверждено на заседании кафедры прикладной механики и компьютерных технологий

Протокол № __ от «__» _____ 20__ г.
Заведующий кафедрой А. С. Гольцев
Экзаменатор Н. С. Бондаренко

В случае ведения учебного процесса с использованием электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, содержание билета может отличаться от приведенного.

8. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ БАЛЛОВ, КОТОРЫЕ ПОЛУЧАЮТ ОБУЧАЮЩИЕСЯ

Общая оценка знаний обучающихся по дисциплине проводится по 100-балльной шкале исходя из максимума, приведенного в таблице ниже. Организационно-учебная работа в аудитории оценивается на основе таких критериев как посещаемость занятий, своевременное и качественное выполнение домашних заданий, активность во время проведения лекционных и лабораторных занятий (участие в обсуждении текущего и пройденного материала, решение задач и т.п.).

8.1. Семестр 4

Номера разделов	Виды работ	Максимальное количество баллов
Содержательный модуль 1	Организационно-учебная работа обучающегося в аудитории	15
	Самостоятельная работа	5
	Модульная контрольная работа	10
	Итого	**30**
Содержательный модуль 2	Организационно-учебная работа обучающегося в аудитории	15
	Самостоятельная работа	15
	Итого	**30**
ИТОГО		**60**
Экзамен		**40**
Общий итог за семестр		**100**

Соответствие баллов оценке

Количество баллов из 100	ECTS	Оценка по пятибалльной шкале	
		Экзамен, дифференцированный зачет	Зачет
90-100	A	отлично	зачтено
80-89	B	хорошо	зачтено
75-79	C		зачтено
70-74	D	удовлетворительно	зачтено
60-69	E		зачтено
35-59	FX	неудовлетворительно	не зачтено
0-34	F		не зачтено

9. ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ДЛЯ ЛИЦ С ОГРАНИЧЕННЫМИ ВОЗМОЖНОСТЯМИ ЗДОРОВЬЯ И ИНВАЛИДОВ

В ходе реализации дисциплины используются следующие дополнительные методы обучения, текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации обучающихся в зависимости от их индивидуальных особенностей:

1) для слепых и слабовидящих:

– лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;

– для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство; возможно также использование собственных увеличивающих устройств;

– письменные задания оформляются увеличенным шрифтом.

2) для глухих и слабослышащих:

– лекции оформляются в виде электронного документа;

– письменные задания выполняются на компьютере в письменной форме;

– экзамен проводится в письменной форме на компьютере; возможно проведение в форме тестирования.

3) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– лекции оформляются в виде электронного документа, доступного с помощью компьютера со специализированным программным обеспечением;

– письменные задания выполняются на компьютере;

– экзамен и зачёт проводятся в устной форме или выполняются в письменной форме на компьютере.

При необходимости предусматривается увеличение времени для подготовки ответа.

Процедура проведения промежуточной аттестации для обучающихся устанавливается с учётом их индивидуальных психофизических особенностей. Промежуточная аттестация может проводиться в несколько этапов.

Проведение процедуры оценивания результатов обучения допускается с использованием дистанционных образовательных технологий.

Обеспечивается доступ к информационным и библиографическим ресурсам в сети Интернет для каждого обучающегося в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья и восприятия информации:

1) для слепых и слабовидящих:

– в печатной форме увеличенным шрифтом;

– в форме электронного документа;

2) для глухих и слабослышащих:

– в печатной форме;

– в форме электронного документа.

3) для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата:

– в печатной форме;

– в форме электронного документа.

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА

Учебные занятия проводятся в Главном корпусе ДонГУ (г. Донецк, пр. Гурова, 6). Для проведения лабораторных занятий требуется аудитория, оборудованная меловой или маркерной доской, мультимедийный проектор и экран, ноутбук, комплект учебной мебели для студентов, рабочее место преподавателя, выход в Интернет – проводной или с использованием Wi-Fi.

Для самостоятельной работы используются текстовые и электронные ресурсы Научной библиотеки университета и других электронных библиотечных баз данных, учебно-методическое обеспечение, представленное в учебно-методическом кабинете Главного корпуса (ауд.405).

Обучающиеся имеют возможность использовать учебные материалы по дисциплине, размещенные на платформе Moodle Центра дистанционного образования ФГБОУ ВО «ДонГУ». При изучении дисциплины применяются электронное обучение и дистанционные образовательные технологии.

С использованием ресурсов платформы дистанционного образования осуществляется текущий контроль знаний обучающихся на основе тестирования и проверки результатов самостоятельной работы.

11. РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

11.1. Основная литература

1. Бондаренко Н. С. Методы математического моделирования в среде пакета Maple : учебно-методическое пособие по дисциплине «Методы математического моделирования» для студентов направления подготовки «Программная инженерия» / Н. С. Бондаренко. – Донецк : ГОУ ВПО «ДонНУ», 2017. – 152 с.
2. Умнов А. Е. Методы математического моделирования : учебное пособие / А. Е. Умнов, Е. А. Умнов. – Москва : МФТИ, 2012. – 295 с.
3. Умнов А. Е. Основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений / А. Е. Умнов, Е. А. Умнов. – Москва : МФТИ, 2016. – 304 с.

11.2. Дополнительная литература

4. Аюпов В. В. Математическое моделирование технических систем : учебное пособие / В. В. Аюпов. – Пермь : ИПЦ «Прокростъ», 2017. – 242 с.
5. Венгеров И. Р. Математическое моделирование эволюционных теплофизических процессов в сложных системах геотехносферы / И. Р. Венгеров. – Киев : Наукова думка, 2017. – 431 с.
6. Звонарев С. В. Основы математического моделирования : учебное пособие / С. В. Звонарев. – Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2019. – 112 с.

12. ИНФОРМАЦИОННЫЕ РЕСУРСЫ

1. **Национальная электронная библиотека** (НЭБ): федеральная государственная информационная система / Министерство Культуры РФ; Российская государственная библиотека. – Москва, 2019- . – URL: https://rusneb.ru/ (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный, подписка. Необходима установка программного обеспечения. – Текст: электронный.
2. **eLIBRARY.RU**: научная электронная библиотека: сайт. – Москва, 2000- . – URL: https://elibrary.ru (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. –Текст: электронный.
3. Научная электронная библиотека **«КиберЛенинка»**: сайт / Ассоциация «Открытая наука». – Москва, 2014- . – URL: https://cyberleninka.ru/. – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
4. Электронно-библиотечная система **«Лань»**: [сайт]. – URL: https://e.lanbook.com (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
5. **ЭБС Юрайт**: электронная библиотечная система: сайт. – Москва, 2013. – URL: https://biblio-online.ru (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: для авторизов. пользователей. – Текст: электронный.
6. **Электронно-библиотечная система ДонГУ**: сайт / ФГБОУ ВО «ДонГУ». – Донецк, 2016- . – URL: http://library.donnu.ru/ (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный. – Текст: электронный.
7. **Электронный каталог** Научной библиотеки ДонГУ: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: http://library.donnu.ru/catalog/ (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: поиск свободный, электронные документы – для пользователей ДонГУ.

8. **Электронный архив ДонГУ**: раздел сайта / НБ ДонГУ. – Текст: электронный // ЭБС ДонГУ: сайт. – URL: http://repo.donnu.ru/ (дата обращения: 01.09.2023). – Режим доступа: свободный.

13. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

1. Windows 7 PRO (корпоративная лицензия ДонГУ № 46484614)
2. Microsoft Office (корпоративная лицензия ДонГУ № 46472919)
3. Microsoft Visual Studio (лицензия программы Dream Spark для высших учебных заведений)
4. Антивирус Касперского, Adobe Acrobat Reader, xPDF (лицензии GPL, Apache, BSD для свободного программного обеспечения).